

Roll No.

Total Printed Pages - 6

F - 3146

B.A. (Part - I) Examination, 2022

(New Course)

Mathematics

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks:50

नोट: प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई - 1/Unit - 1

1. (A) दिये गये फलन $f(x)$ की सांतत्यता की जाँच कीजिए,

$$x = 5, \text{ पर, जहाँ } f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, x \neq 5$$

P.T.O.

F - 3146

[2]

Test the continuity of the function $f(x)$ at

$$x = 5, \text{ where } f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, x \neq 5$$

(B) फलन $\cos 2x \cdot \cos 3x$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the n th differential coefficient of $\cos 2x \cdot \cos 3x$.

(C) फलन $\sin^{-1} x$ का मैक्लॉरिन प्रमेय की सहायता से विस्तार कीजिए।

Expand the function $\sin^{-1} x$ with the help of Maclaurin's theorem.

इकाई - 2/Unit - 2

2. (A) वक्र $y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$

की सभी अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find all asymptotes of the curve

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

[3]

- (B) सिद्ध कीजिए कि चक्रज $x = a(t + \sin t)$,
 $y = a(1 - \cos t)$ के किसी बिन्दु t पर वक्रता त्रिज्या
 $P = 4a \cos(t/2)$ होती है।

Prove that the radius of curvature at any point t
of the cycloid $x = a(t + \sin t)$,

$$y = a(1 - \cos t) \text{ is}$$

$$P = 4a \cos(t/2)$$

- (C) वक्र: $y^2(x^2 + y^2) + a^2(x^2 - y^2) = 0$ का
अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve

$$y^2(x^2 + y^2) + a^2(x^2 - y^2) = 0.$$

इकाई - 3/Unit - 3

3. (A) सिद्ध कीजिए कि: $\int_0^{2a} x^{9/2} (2a - x)^{-1/2} dx = \frac{63\pi a^5}{8}$

Prove that $\int_0^{2a} x^{9/2} (2a - x)^{-1/2} dx = \frac{63\pi a^5}{8}$

F - 3146

P.T.O.

[4]

- (B) सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx = \frac{\pi}{4}$

Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx = \frac{\pi}{4}$

- (C) वक्रों $y^2 = 4 - x$ और $y^2 = x$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल
ज्ञात कीजिए।

Find the area of region bounded by the curves

$$y^2 = 4 - x \text{ and } y^2 = x$$

इकाई - 4/Unit - 4

4. (A) हल कीजिए $y(1 + xy)dx + x(1 - xy)dy = 0$

Solve $y(1 + xy)dx + x(1 - xy)dy = 0$

- (B) हल कीजिए $yp^2 + (x - y)p - x = 0$

Solve $yp^2 + (x - y)p - x = 0$

- (C) हल कीजिए $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = \sin 3x$

F - 3146

[5]

Solve $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = \sin 3x$

इकाई - 5/Unit - 5

5. (A) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए।

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

Apply the method of variation of parameters to solve.

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

(B) हल कीजिए:

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dx} - x + 3y = e^{2t}$$

Solve

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dx} - x + 3y = e^{2t}$$

F - 3146

P.T.O.

[6]

(C) हल कीजिए:

$$\frac{xdx}{y^2z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$$

Solve

$$\frac{xdx}{y^2z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$$

F - 3146